b) Soit $T_{\vec{u}}$ la translation de vecteur $\vec{u} = 2k\pi\,\vec{i} + 4k\pi\,\vec{j}$.

Soit C_1 la courbe représentative de f sur $[-\pi, \pi]$.

Soit $C_2 = T_{\vec{u}}(C_1)$

Soit $M(x,y) \in C_2 \Leftrightarrow M = T_{\vec{u}}(N)$ où $N \in C_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} = \vec{u}$

On a : $\begin{cases} x - x_N = 2k\pi \\ y - f(x_N) = 4k\pi \end{cases}$ où $-\pi \leq x_N \leq \pi$

On a : $y = f(x_N) + 4\pi = f(x - 2k\pi) + 4k\pi = f(x)$

$-\pi \leq x_N \leq \pi \Leftrightarrow -\pi + 2k\pi \leq \pi + 2k\pi$

$\Leftrightarrow -\pi + 2k\pi \leq x \leq \pi + 2k\pi$ d'où C_2 est la courbe représentative de f sur l'intervalle

$[-\pi + 2k\pi\ ,\ \pi + 2k\pi]$ ($k \in \mathbb{Z}$).

5°/ Etudions les variations de f sur $[0, \pi]$

$\forall x \in [0, \pi]$, $f'(x) = 2 - \cos x > 0$

x	0		π
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	↗	2π

L'équation de la tangente à (C) au point O(0,0) est $y = x$

B)

1°/ $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2 - \cos x > 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} 2x + 1 = -\infty$ d'où $\lim\limits_{x \to -\infty} f = -\infty$ (d'après A) 1°/)

$\lim\limits_{x \to +\infty} 2x + 1 = +\infty$ d'où $\lim\limits_{x \to -\infty} f = +\infty$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

f est continue , strictement croissante sur $\mathbb{R}$ donc f est uen bijection de $\mathbb{R}$ sur $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

Conclusion : f admet une application réciproque $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

2°/ On a : $f(0) = 0$ d'où $f^{-1}(0) = 0 \Rightarrow g(0) = 0$

$f(\pi) = 2\pi$ d'où $g(2\pi) = \pi$, $f(2k\pi) = 4k\pi$ d'où $g(4k\pi) = 2k\pi$